






















Matematické prostředí Děda Lesoň umožňuje dětem pracovat s veličinou zapsanou ikonicky (nikoliv číslem). Uvedeno je příběhem o dědovi Lesoňovi, ochránci zvířátek. Nejprve jsou u Lesoňe pouze tři druhy zvířátek, ale postupně k němu přicházejí další. Každé zvířátko má svoji ikonu. Lesoň zvířátka baví a pořádá pro ně různé soutěže. Velice oblíbená je hra na přetahovanou. Kočka je silnější než myš, husa je silnější než kočka atd. Když jsou v jednom družstvu dvě myši a ve druhém dvě kočky, druhé družstvo vyhraje, protože je silnější. Když se ale přetahují dvě myši s kočkou, nevyhraje nikdo, družstva jsou stejně silná, protože kočka má sílu jako dvě myši. Je to první vztah, který děti poznávají. Další vztahy, se kterými se děti seznamují postupně, jsou následující: husa je stejně silná jako kočka a myš, pes je silný jako husa a myš, koza je silná jako pes a myš, beran je silný jako koza a myš. Zde se pravidlo mění a kráva je silná jako dvě kozy, kůň je silný jako dvě krávy.

	=		
	=		
	=		
	=		
	=		
	=		
	=		

V tomto prostředí jsou postupně zaváděny různé typy úloh.

Při čtení následujícího textu je zřejmé, že sledovat proces řešení pouze s pomocí obrázku je velice obtížné i pro dospělé a zvláště pro ty, kteří se s dědou Lesoňem setkávají poprvé. Pomocí manipulace s ikonami, která se pro děti stává hrou, je vše o poznání snazší. Myšlenkové pochody, které proběhnou, než se dítě rozhodne doplnit, odebrat nebo nahradit určitou ikonu, budují strukturu pro práci s rovnicemi a soustavami rovnic a jsou prevencí formalismu. Matematicky řečeno - dítě naprosto běžně používá základní ekvivalentní úpravu rovnic:

Výměna obou stran rovnice: „Je jedno, jestli je první družstvo zelené a druhé žluté nebo naopak.“

Přičtení stejného čísla k oběma stranám rovnice: „Do každého družstva můžu přidat stejné zvířátko, pořád budou stejně silná.“

Odečtení stejného čísla od obou stran rovnice: „V každém družstvu je jedna myš, tak je můžu klidně dát pryč.“

Vynásobení obou stran rovnice stejným číslem různým od 0: „Pes je stejně silný jako dvě kočky. A dva psi jako čtyři kočky. A tři psi jako šest koček. A tak pořád dál.“

Úpravy výrazů na jednotlivých stranách rovnice: „Můžu vyměnit psa za dvě kočky a nic se nestane.“

Rovnice patří k pilířům matematiky. Při jejich výuce se obvykle zdůrazňuje nácvik postupů. Pro rozvoj matematického myšlení dítěte je důležitější chápání vztahů, které jsou rovnicemi popisovány. Proto je toto prostředí zaměřeno na situace, v nichž mohou děti odhalovat různé zákonitosti rovnic i jevů, které rovnice popisují.

1. Které družstvo vyhraje?

Družstvo se skládá z jednoho nebo více zvířátek, přičemž družstev může být více. Úkolem dítěte je zjistit, které družstvo je nejsilnější.

1. Které družstvo vyhraje?



Řešení: Kočka je silná jako dvě myši, zelené družstvo vyhraje.

2. Které družstvo vyhraje?



Řešení: Husa je silná jako kočka a myš, kočka je silnější než myš, a proto vyhraje žluté družstvo.

3. Které družstvo vyhraje?



Řešení: Zde se postup může ubírat několika směry. Děti řeší např. takto:

„Psa ze zeleného družstva a kočky ze žlutého družstva mohou dát pryč, protože jsou stejně silní.“

„Taky je stejně silná kočka s husou jako koza.“

„Proč?“

„Protože koza je pes a myš a pes je husa a myš. Tedy koza je husa a dvě myši a dvě myši jsou kočka. Takže taky můžou odejít.“

„No a v zeleném družstvu zůstane beran a ve žlutém koza. Beran je silnější, zelené družstvo vyhraje!“

2. Které zvířátko má jít slabšímu družstvu na pomoc?

Úkolem dítěte je nejprve zjistit, které družstvo je slabší (mohou být i stejně silná) a poté k němu přidat jedno zvířátko tak, aby družstva byla stejně silná. Později lze přidávat i více zvířátek, pro která může být stanovena další podmínka.

4. Které zvířátko má jít slabšímu družstvu na pomoc?



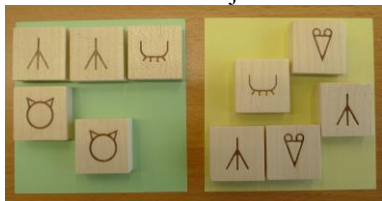
Řešení: Kočka je stejně silná jako dvě myši, do žlutého družstva musí přijít ještě myš.

5. Které zvířátko má jít slabšímu družstvu na pomoc?



Řešení: Koza je stejně silná jako pes a myš. K huse musíme přidat ještě jednu husu, aby se vyrovnaly beranovi.

6. Které zvířátko má jít slabšímu družstvu na pomoc?



Řešení: Děti naleznou nejrůznější strategie řešení. Při porovnávání družstev nejčastěji odstraní stejná zvířátka - zde krávu a obě husy. V zeleném družstvu jim zůstanou dvě kočky a ve žlutém dvě myši. Myšim tedy musí přijít na pomoc kočka.

3. Které zvířátko musí ze silnějšího družstva odejít, aby družstva byla stejně silná?

Situace je obdobná jako v předešlém typu, nyní ale zvířátko (později i zvířátka) nepřichází, ale odchází. Později mohou odcházet zvířátka z obou družstev.

7. Které zvířátko musí ze silnějšího družstva odejít, aby byla družstva stejně silná?



Řešení: Jeden pes je jako dvě kočky, druhý pes je jako husa a myš - jedna kočka ze žlutého družstva musí odejít.

8. Které zvířátko musí ze silnějšího družstva odejít, aby byla družstva stejně silná?



Řešení: Beran je jako koza a myš - kozy odejdou. V zeleném družstvu zůstane pes a dvě myši, ve žlutém kočka a husa. Pes je jako dvě kočky - kočky odejdou. V zeleném družstvu zůstala kočka a dvě myši, ve žlutém husa. Protože husa je kočka a myš, musí ze zeleného družstva jedna myš odejít.

4. Rozděl do dvou stejně silných družstev. Najdi všechna řešení.

Je dán soubor zvířátek a úkolem dítěte je rozdělit je do dvou stejně silných družstev. Později přibude výzva k nalezení více nebo dokonce všech řešení. Postupně je soubor zvířátek dělen do tří i více družstev a k dělení může být přidána další podmínka.

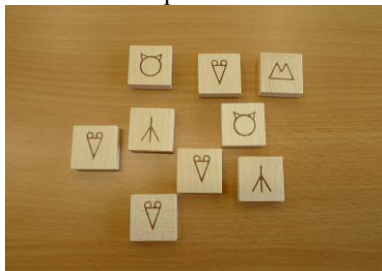
9. Rozděl skupinu zvířátek do tří stejně silných družstev. Hledej více řešení.



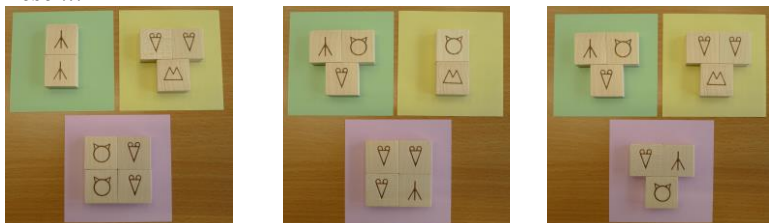
Řešení:



10. Rozděl skupinu zvířátek do tří stejně silných družstev. Hledej více řešení.



Řešení:

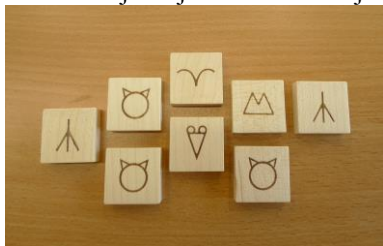


Pokud by zadání bylo rozšířeno o podmínku, že v každém družstvu musí být stejný počet zvířátek, měla by úloha pouze jedno (poslední) řešení.

5. Hra na kapitány.

Hra vychází z životní zkušenosti dětí. Když se skupina dětí rozděljuje do dvou družstev, velice často se dělba odehrává mezi dvěma nejsilnějšími jedinci - kapitány. Ti si z dětí střídavě vybírají hráče do svého družstva, a to tak, že první volbu má slabší kapitán. Přesně tento způsob volby používá i děda Lesoň. Úlohou kapitána je vytvořit silnější družstvo a děti mají určit, kterému z kapitánů se to povedlo.

11. Dvě nejsilnější zvířátka zvol jako kapitány. Pomoz jim sestavit družstva a urči, které je silnější.



Kapitáni jsou pes a koza.



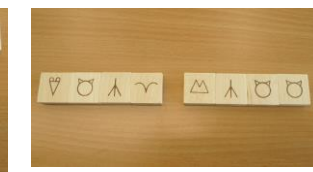
Pes je slabší, vybírá jako první. Vybral si husu.



Koza si také vybrala husu.



Pes i koza vybírají kočku.



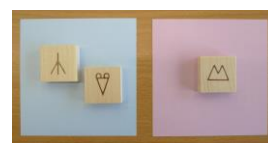
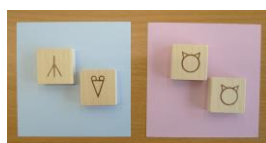
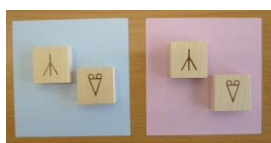
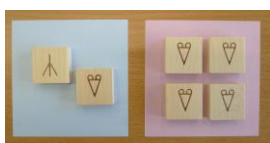
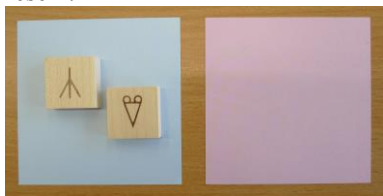
Pes si vybral kočku, na kozu zbyla myš.

Řešení: Jelikož koza je o „jednu myš“ silnější, než pes, obě družstva jsou stejně silná.

6. Koho děda Lesoň postaví do růžového družstva proti modrému družstvu, aby byla obě družstva stejně silná?

Je dáno jedno družstvo a úlohou dítěte je postavit (ve jménu Lesoň) druhé, stejně silné družstvo. Má nalézt různé nebo všechny možnosti. Později je úloha doplněna o další podmínky.

12. Pomoz dědovi Lesoňovi sestavit růžové družstvo tak, aby bylo stejně silné jako družstvo modré. Hledej více řešení.



Řešení: Úloha má čtyři řešení. Pokud by úloha byla doplněna např. podmínkou, že růžové družstvo se skládá ze dvou různých zvířátek, měla by úloha pouze jediné řešení.

7. Které zvířátko je ukryto za maskou?

Jsou dána dvě stejně silná družstva, ale některá zvířátka jsou maskována. Nejprve je to jediná maska, později přibude další. V každé úloze jsou za stejnými maskami stejná zvířátka. Jedná se o rovnice nebo soustavy rovnic v prostředí zvířátek. Rozdíl od běžných rovnic je v tom, že zde pod maskou nemůže být neexistující zvíře.

13. Které zvířátko se ukrývá za maskou?



Řešení: Za maskou je kočka.



14. Které zvířátko se ukrývá za maskou?



Řešení: Za maskou je koza.



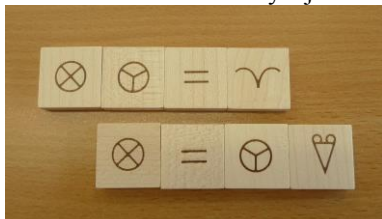
15. Která zvířátka se ukrývají za maskami? Nezapomeň, že za stejnými maskami jsou stejná zvířátka.



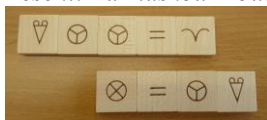
Řešení: Za maskami jsou kozy.



16. Která zvířátka se ukrývají za maskami? Pod stejnými maskami jsou stejná zvířátka.



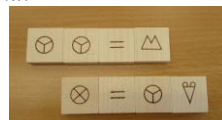
Řešení: Za maskou X bude husa a za maskou Y bude kočka.



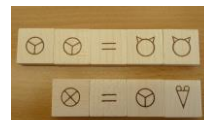
Místo masky X bude maska Y a myš.



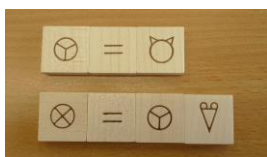
Koza je silná jako pes a myš.



Myši můžou odejít.



Pes je silný jako dvě kočky.



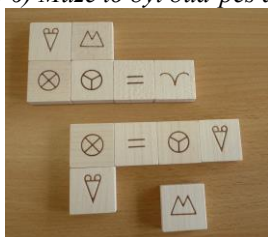
Za maskou Z je kočka.



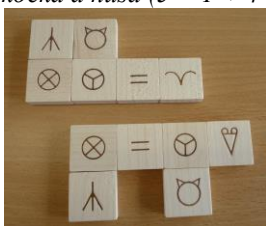
Kočka a myš jsou silné jako husa, za maskou X bude tedy husa.

Ve výše uvedeném řešení byla použita substituce - dosazení z jedné rovnice do druhé a následná úprava. Než děti tuto metodu objeví, používají metodu pokus - omyl. Zpočátku je experimentování zcela nahodilé, ale postupně se stává promyšlenější a systematictější. Řešením úloh děti postupně získávají do rovnic vhled a jejich řešitelský proces se značně zrychluje.

Řešení předchází úvaha, jaká dvě různá zvířátka můžeme postavit proti koze, aby družstva byla stejně silná? (Typ 6) Může to být buď pes a myš, nebo kočka a husa ($5 = 1 + 4$ nebo $5 = 2 + 3$).



„Za jednu masku dám myš a za druhou psa - jsou spolu silní jako koza.
Za maskou X je tedy v té druhé rovnici myš a za maskou Y pes - to být nemůže!
A když prohodím psa a myš tak taky ne.“



„Za jednu masku dám husu a za druhou kočku - jsou spolu silní jako koza.
Za maskou X je tedy v té druhé rovnici husa a za maskou Y kočka. Vychází.“

Přechod od manipulace k číslům a neznámým



1. Některé děti si sílu každého zvířete začnou přepočítávat na myši. Rovnici si zapíší jako $MMMMM = MMM\Box$ neboť kočka jsou dvě myši a husa jsou tři myši. Pak snadno najdou řešení: $MM = \Box = K$. Za maskou je kočka.
2. Některé začnou používat rovnou čísla: myš = 1, kočka = 2, husa = 3, pes = 4, koza = 5, beran = 6 atd. Rovnici zapíší jako $1 + 2 + 2 = 3 + \Box$, $5 = 3 + \Box$, $\Box = 2$. Za maskou je kočka.
3. Postupně začnou místo masky používat x (v případě dvou masek x a y) a seznámí se s pojmem neznámá. Rovnici zapíší jako $1 + 2 + 2 = 3 + x$, $5 = 3 + x$, $x = 2$.

První postup je zdlouhavý, ale pro některé děti zpočátku nejsrozumitelnější. Přepis rovnic do čísel je rychlý, ale snaha urychlit přechod od manipulace k číselným zápisům vede k tomu, že děti si osvojí techniku přepisu i řešení, ale nebudou rozumět podstatě. Když nacvičené postupy zapomenou, nezůstane v jejich vědomí nic. Ty, které řeší úlohy vlastním, byť zdlouhavým, uvažováním, zvyšují kvalitu svého myšlení. To jim zůstane, i když všechny konkrétnosti zapomenou.